

ACTIVITES DIRIGEES

-

REVISIONS DES SEQUENCES 2, 3 ET 7

Séquence 2 : modélisation des systèmes multiphysiques

Séquence 3 : validation des performances temporelles des systèmes multiphysiques

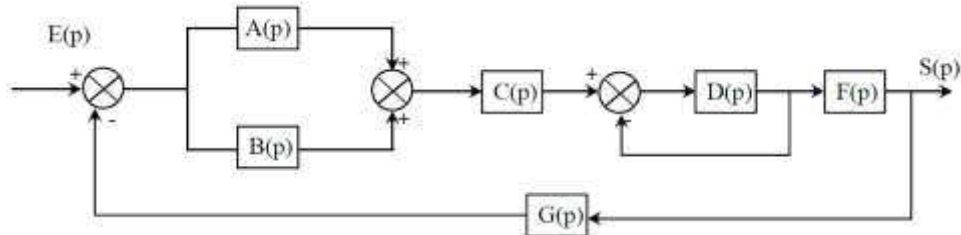
Séquence 7 : validation des performances fréquentielles des systèmes multiphysiques

Sommaire

AD-1 : Modèles schéma-blocs: manipulation et simplification	2
AD-1.1. Boucles indépendantes	2
AD-1.2. Boucles dépendantes	2
AD-1.3. Systèmes à plusieurs entrées	2
AD-2 : Comportement temporel - Système de dégazage d'une machine d'imagerie électronique	4
AD-3 : Comportement temporel d'un système du 2ème ordre	7
AD-4 : Comportement fréquentiel	9
AD-4.1. Diagramme de Bode asymptotique	9
AD-4.2. Diagramme de Bode	9
AD-4.3.	9
AD-5 : Système de correction de portée d'un phare automobile	12

AD-1 : Modèles schéma-blocs: manipulation et simplification

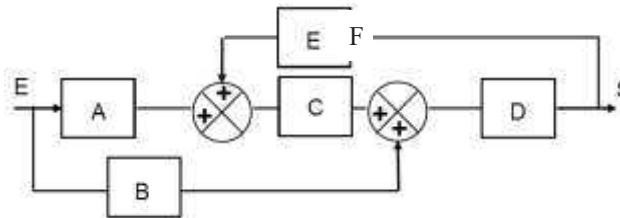
AD-1.1. Boucles indépendantes



Q1. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

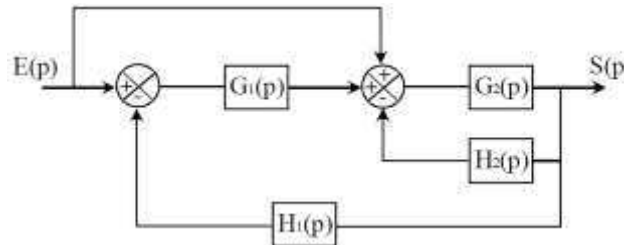
AD-1.2. Boucles dépendantes

Un système asservi est représenté par le schéma-bloc suivant :



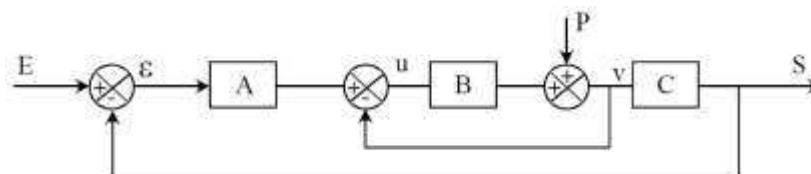
Q2. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

Un système asservi est représenté par le schéma-bloc suivant :



Q3. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

AD-1.3. Systèmes à plusieurs entrées



Un système asservi, comportant deux entrées $E(p)$ et $P(p)$, et une sortie $S(p)$, est représenté par le schéma-bloc suivant:

Q4. Déterminer l'expression de $S(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.

Q5. Déterminer l'expression de $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.

AD-2 : Comportement temporel - Système de dégazage d'une machine d'imagerie électronique

Pour étudier les échantillons de glace des glaciers, on peut utiliser une machine d'imagerie électronique.

Elle permet d'envoyer un rayonnement sur la glace et, en mesurant les niveaux énergétiques des électrons qui seront émis en conséquence, de connaître sa composition chimique. Néanmoins, les niveaux énergétiques à étudier sont tels que les échantillons de glace, et donc les appareils de mesures, doivent se situer dans un vide absolu.



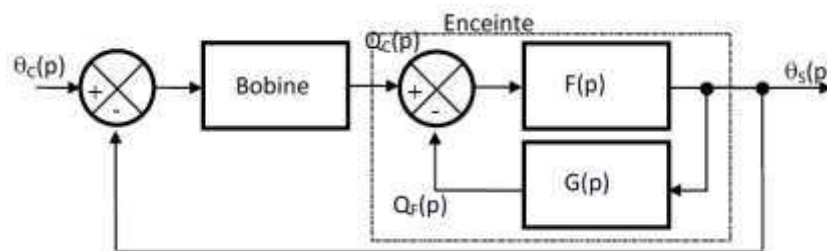
Les chercheurs doivent alors faire face à un phénomène de dégazage des appareils de mesure qui, lorsqu'ils sont placés dans le vide, émettent des particules de gaz que leur structure moléculaire contient, faussant la mesure sur les échantillons. Pour faire face à ce problème, une des solutions consiste à forcer le dégazage, c'est à dire porter à haute température les instruments, pour que les particules de gaz soient préalablement expulsées des appareils de mesure. Les instruments de mesure, libérés de leurs particules de gaz, peuvent donc réaliser leurs études sans polluer les échantillons de glace.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges du système de dégazage.

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Id4.0	Être insensible à la pollution extérieure	Température lors de la phase de dégazage	200 °C
		Durée de montée en température*	<2min
			<i>aucune</i>

*Temps pour atteindre 95% de la température du régime permanent

Pour réaliser un échauffement permettant d'obtenir une température de dégazage souhaitée, on utilise des bobinages qui chauffent l'air de l'enceinte d'étude. Le schéma-bloc de l'ensemble est le suivant :



L'évolution de la température dans l'enceinte est gérée par le modèle de connaissance suivant :

$$\frac{d\theta_s(t)}{dt} = \frac{1}{C}(q_c(t) - q_f(t)) \text{ et } q_f(t) = \frac{1}{R}\theta_s(t)$$

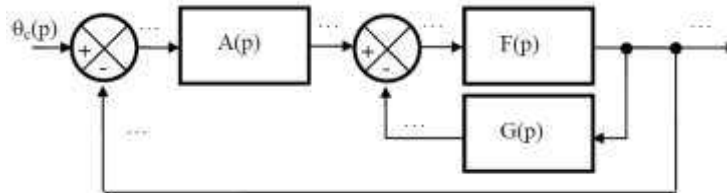
avec :

- $\theta_c(t)$: température consigne souhaitée,
- $\theta_s(t)$: température de l'enceinte,
- $q_c(t)$: flux de chaleur dégagé par les bobinages,
- $q_f(t)$: flux de fuite de chaleur,
- C : capacité calorifique de l'enceinte,
- R : résistance thermique de l'enceinte.

Hypothèse : La température de l'enceinte étant définie par rapport à celle du milieu ambiant, on se placera dans toute la suite sous les conditions d'Heaviside.

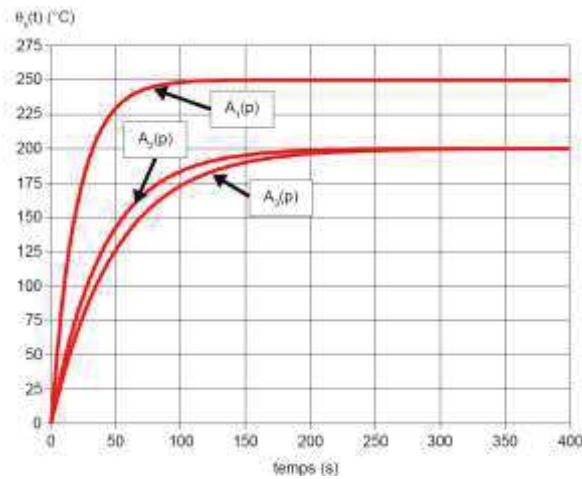
L'objectif est de valider le critère du cahier des charges.

- Q1. Déterminer l'expression des équations du modèle de connaissance dans le domaine de Laplace.
- Q2. Compléter le schéma-bloc du système et déterminer les fonctions de transferts des blocs $F(p)$ et $G(p)$.



- Q3. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\frac{\theta_s(p)}{\theta_c(p)}$ lorsque la fonction de transfert de la bobine est une constante $A(p) = A$. Exprimer le résultat en fonction de A , R , C et p .
- Q4. Montrer que la fonction de transfert $\frac{\theta_s(p)}{\theta_c(p)}$ peut se mettre sous la forme d'un premier ordre dont on donnera les caractéristiques.
- Q5. On considère que l'entrée est approximée par un échelon d'amplitude θ_0 . Tracer la représentation graphique de $\theta_s(t)$ en précisant les caractéristiques particulières de la courbe.
- Q6. On donne les valeurs numériques suivantes : $K=3$, $T=20$ s. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire au critère de durée de montée de la température du cahier des charges.
- Q7. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta_s(t)$ quand la température consigne (et donc souhaitée) est de 200°C . Conclure quant à la capacité du système à satisfaire au critère de température de la phase de dégazage du cahier des charges.

Pour améliorer les performances, on change l'amplificateur pilotant les bobines, ce qui permet de choisir des fonctions $A(p)$ plus adaptées. Différentes simulations du comportement du système, avec plusieurs amplificateurs possibles, sont données sur la figure suivante.



Q8. Sélectionner et justifier quel amplificateur paraît le mieux adapté pour satisfaire tous les critères du cahier des charges.

AD-3 : Comportement temporel d'un système du 2ème ordre

Soit un système de positionnement angulaire modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{9800}{10000 + 600p + 35p^2}$$

- $\theta_c(p)$ est un angle de consigne en degré
- $\theta(p)$ est l'angle en degré atteint en sortie

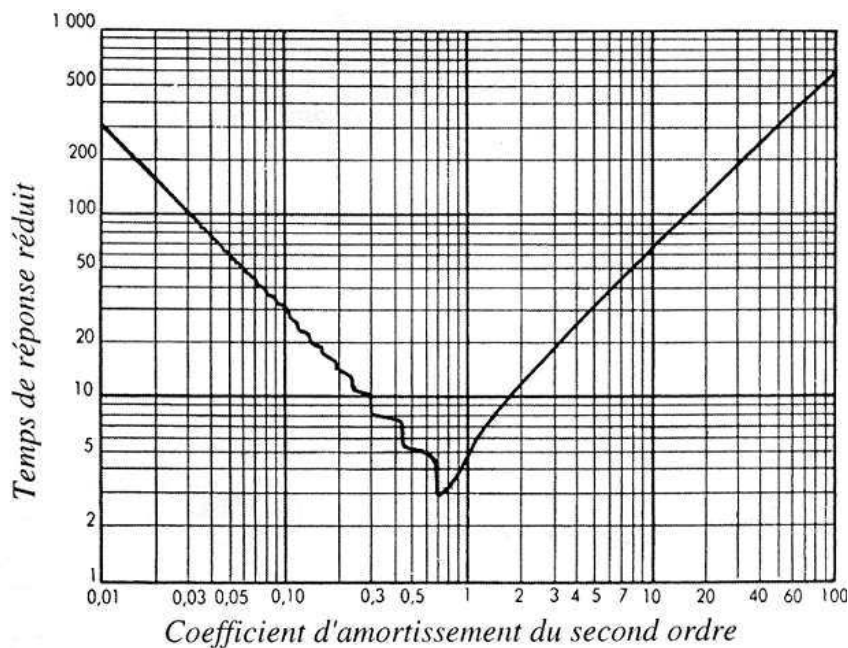
On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges du système.

L'objectif est de valider les critères du cahier des charges.

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Id1.0	Doit être pilotable en position angulaire	Ecart de positionnement	5% max
		Rapidité de positionnement	<1s
			aucune

- Q1.** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.
- Q2.** En déduire, si sa réponse à un échelon est non oscillatoire ou oscillatoire amortie. Si nécessaire, indiquer la valeur de la pseudo-période notée T_a .
- Q3.** Déterminer le temps de réponse à 5 % de ce système soumis à une entrée de type échelon. Conclure par rapport au CdCF.

On soumet le système à une entrée en échelon $\theta_c(t) = 20^\circ$.



- Q4.** Donner, dans ce cas, le nombre de dépassement de la réponse d'entre eux, leur valeur relative et leur valeur absolue.
- Q5.** Donner la valeur absolue et la valeur relative de l'erreur atteinte en régime permanent pour ce système. Conclure sur sa précision.
- Q6.** Tracer l'allure de la réponse $\theta(t)$.

AD-4 : Comportement fréquentiel

AD-4.1. Diagramme de Bode asymptotique

Q1. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques correspondants aux fonctions de transfert suivantes :

$$F_1(p) = \frac{1}{1+p}$$

$$F_2(p) = \frac{10}{1+p}$$

$$F_3(p) = \frac{1}{1+10p}$$

$$G_1(p) = 3$$

$$G_2(p) = 3p$$

$$G_3(p) = \frac{3}{p}$$

$$H_1(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$$

$$H_2(p) = \frac{10}{1+0,1p+p^2}$$

$$H_3(p) = \frac{1}{1+p+0,1p^2}$$

$$K_1(p) = 3+3p$$

$$K_2(p) = 3 + \frac{0,3}{p}$$

$$K_3(p) = 3+3p + \frac{0,3}{p}$$

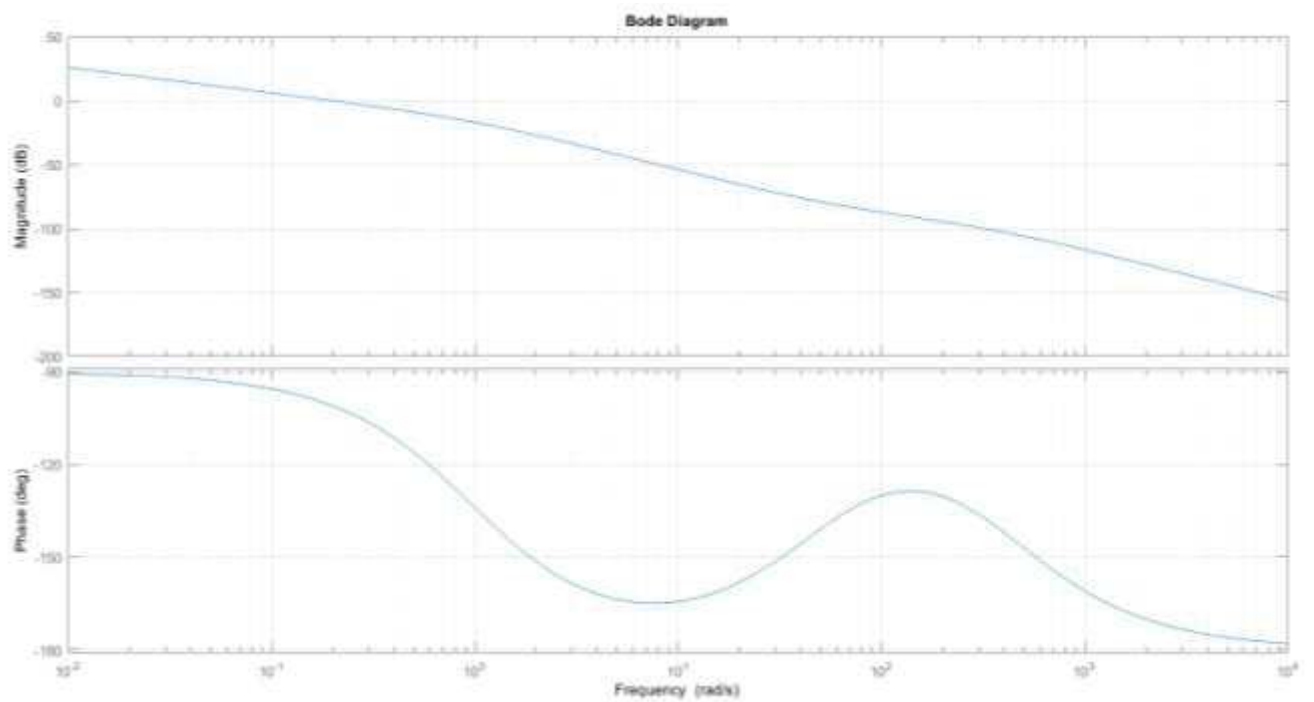
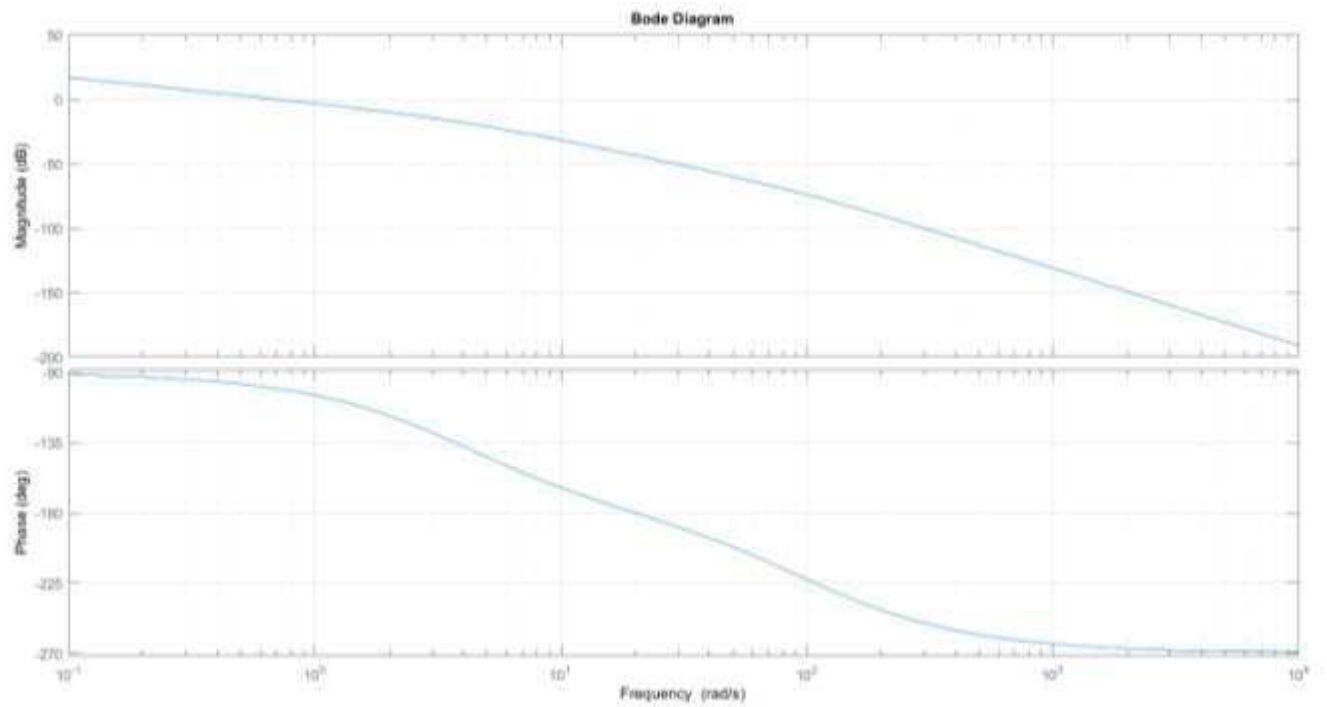
AD-4.2. Diagramme de Bode

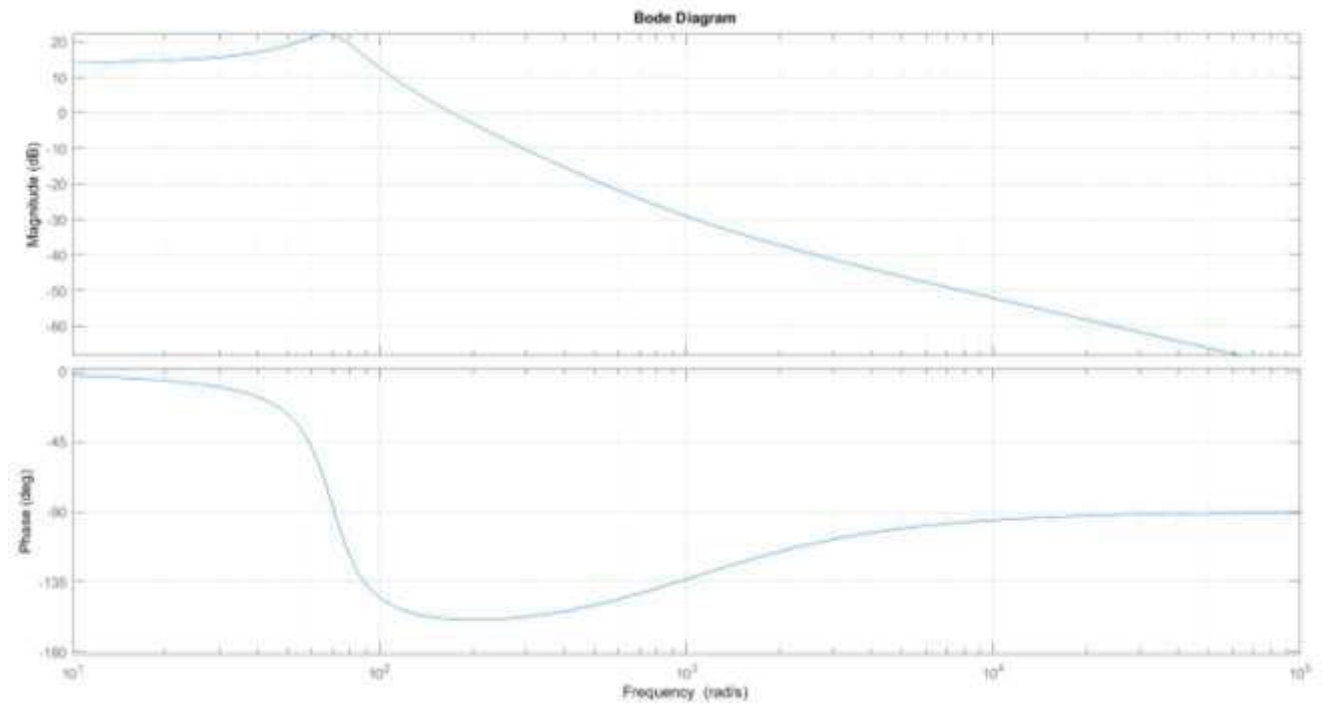
Soit un système modélisé par la fonction de transfert suivante : $H(p) = \frac{10}{1+6,4p+2,4p^2}$

- Q1.** Déterminer les paramètres caractéristiques de cette fonction de transfert. En déduire la nature des racines du polynôme caractéristique. Déterminer ces pôles.
- Q2.** Mettre $H(p)$ sous la forme d'un produit de deux fonctions du premier ordre. Tracer le diagramme de Bode asymptotique correspondant.
- Q3.** Tracer l'allure des courbes de gain et de phase réelles.

AD-4.3.

- Q1.** Sur les diagrammes de Bode suivants, tracer les diagrammes de Bode asymptotiques puis identifier les fonctions de transfert correspondantes.



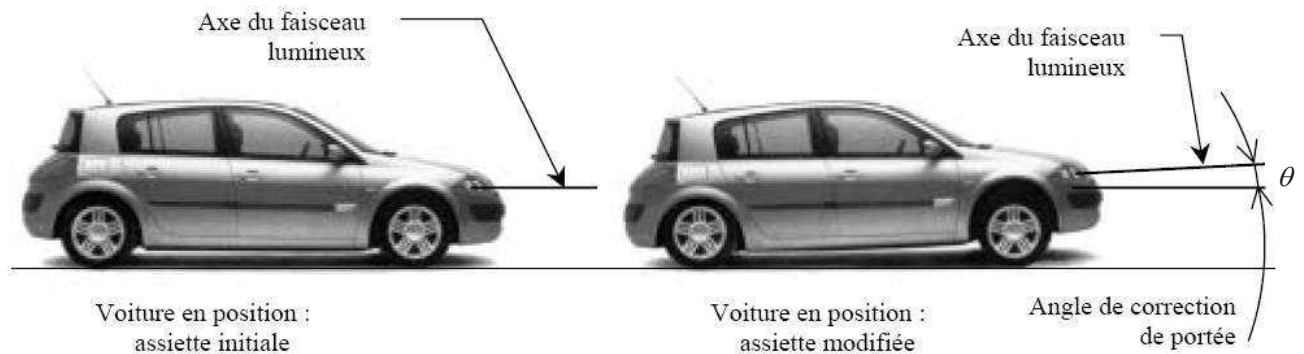


AD-5 : Système de correction de portée d'un phare automobile



✓ Mise en situation

L'assiette d'un véhicule (inclinaison entre l'axe de la voiture et la route) se modifie avec sa charge, le profil de la route ou les conditions de conduite (phase de freinage ou d'accélération). Cette modification entraîne une variation d'inclinaison de l'axe du faisceau lumineux produit par les phares du véhicule. Ceux-ci peuvent alors éblouir d'autres conducteurs ou mal éclairer la chaussée.



Certaines voitures sont équipées de système de correction de portée automatique.

La position du projecteur est ajustée automatiquement en maintenant un angle de faisceau optimal (évitant tout éblouissement et fournissant le meilleur éclairage de la route).

Certaines voitures sont équipées d'un système de correction de portée. Ce système fait appel à des capteurs d'assiette reliés aux essieux avant et arrière du véhicule. Les données sont traitées électroniquement par un calculateur et transmises aux actionneurs situés derrière les projecteurs. La position du projecteur est ajustée en maintenant un angle de faisceau optimal évitant tout éblouissement et fournissant le meilleur éclairage de la route. Le système étudié est un correcteur de portée statique, qui corrige la portée lorsque le véhicule est à l'arrêt et conserve cette correction lorsque le véhicule roule (le correcteur ne tient compte que de la variation d'assiette due à la charge).

✓ Structure de la chaîne d'action du système

La chaîne d'action complète comprend (figure 1) :

- des **capteurs d'assiette** fixés sur les essieux avant et arrière du véhicule, qui permettent de mesurer le débattement des suspensions (angle d'assiette $\beta(t)$). Ces capteurs sont associés à un calculateur qui détermine la commande $u_c(t)$ à transmettre au moteur. L'ensemble capteurs est assimilable à un système proportionnel de gain pur K_c . L'angle $\beta(t)$ est assimilé à la consigne.

- un **moteur à courant continu** qui assure la motorisation du mouvement de rotation du bloc d'orientation par rapport à la carrosserie. Sa fonction de transfert est notée $M(p)$.
- un **retour tachymétrique** qui mesure la vitesse du moteur. Il est assimilable à un gain pur : $K_{tachy} = 0,03V / (rad.s^{-1})$.
- un **réducteur de vitesse** dont le rapport de réduction est de 490.
- un **dispositif vis-écrou** (de «pas» $p=6mm$) qui transforme la rotation de l'axe du réducteur en translation de l'axe de sortie. (1 tour de la vis fait avancer l'écrou de 1 fois le pas).
- un **bloc d'orientation** qui supporte les différentes lampes du phare (codes, clignotants...). Il peut pivoter par rapport au support lié à la carrosserie autour d'un axe de rotation horizontal (voir figure 1). Le bloc est protégé par une vitre liée à la carrosserie. Ce mouvement est motorisé grâce au moto-réducteur + système vis écrou. L'angle de correction de portée $\theta(t)$ étant petit, on peut linéariser la loi entrée-sortie sur le domaine d'utilisation, l'angle $\theta(t)$ est alors proportionnel au déplacement $x(t)$ de la vis suivant la loi suivante :

$\theta(t)$ varie entre $-\frac{\pi}{20}$ et $\frac{\pi}{20}$ pour $x(t)$ variant entre -15mm et 15mm.

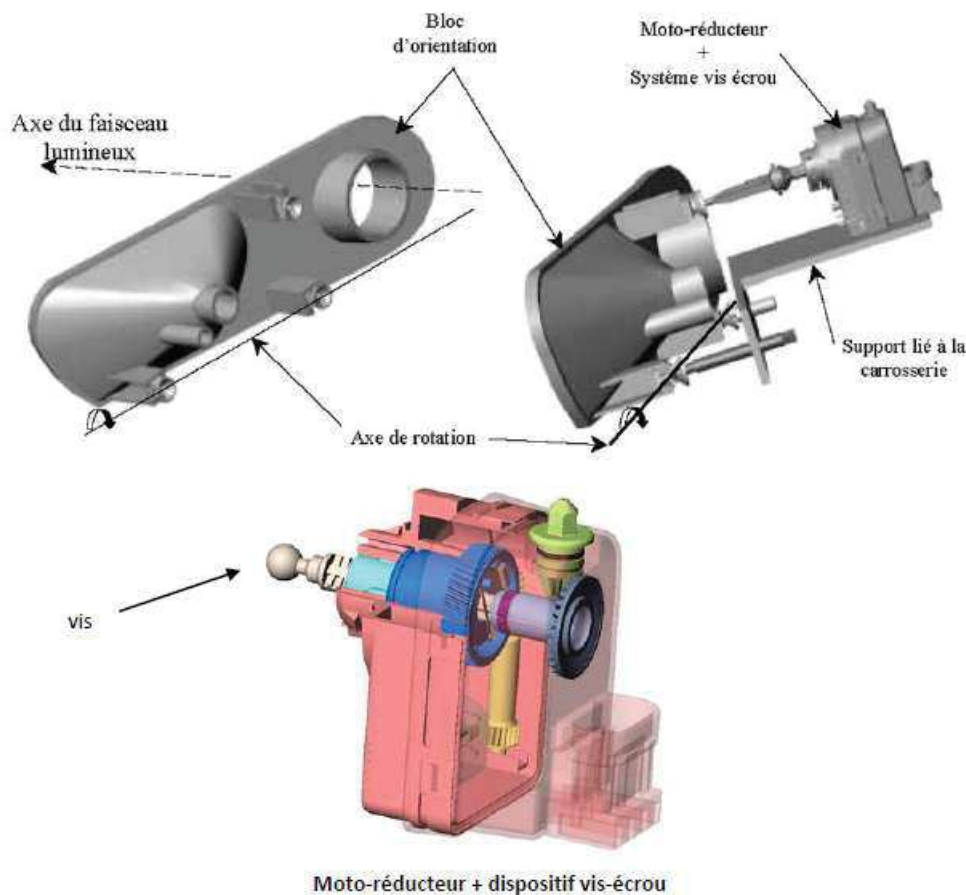


Figure 1

✓ Objectif

L'objectif est de vérifier la capacité du système à corriger la portée de manière dynamique, c'est à dire en tenant compte des variations d'assiette dues au profil de la route.

Un extrait du cahier des charges est le suivant:

Critère	Niveau
Rapidité	$T_{r5\%} < 0,2s$

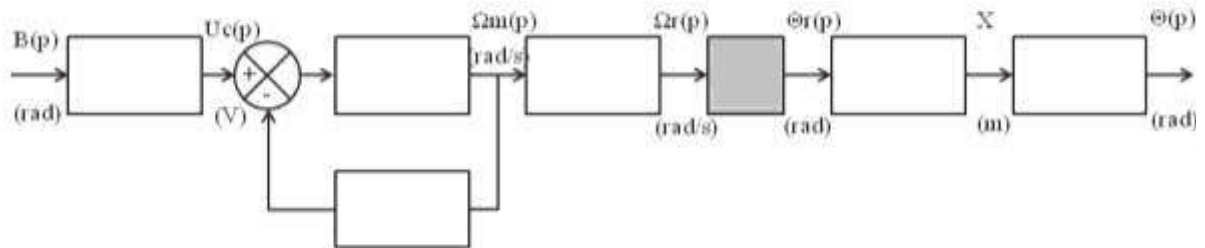
Précision

Erreur statique < 1%

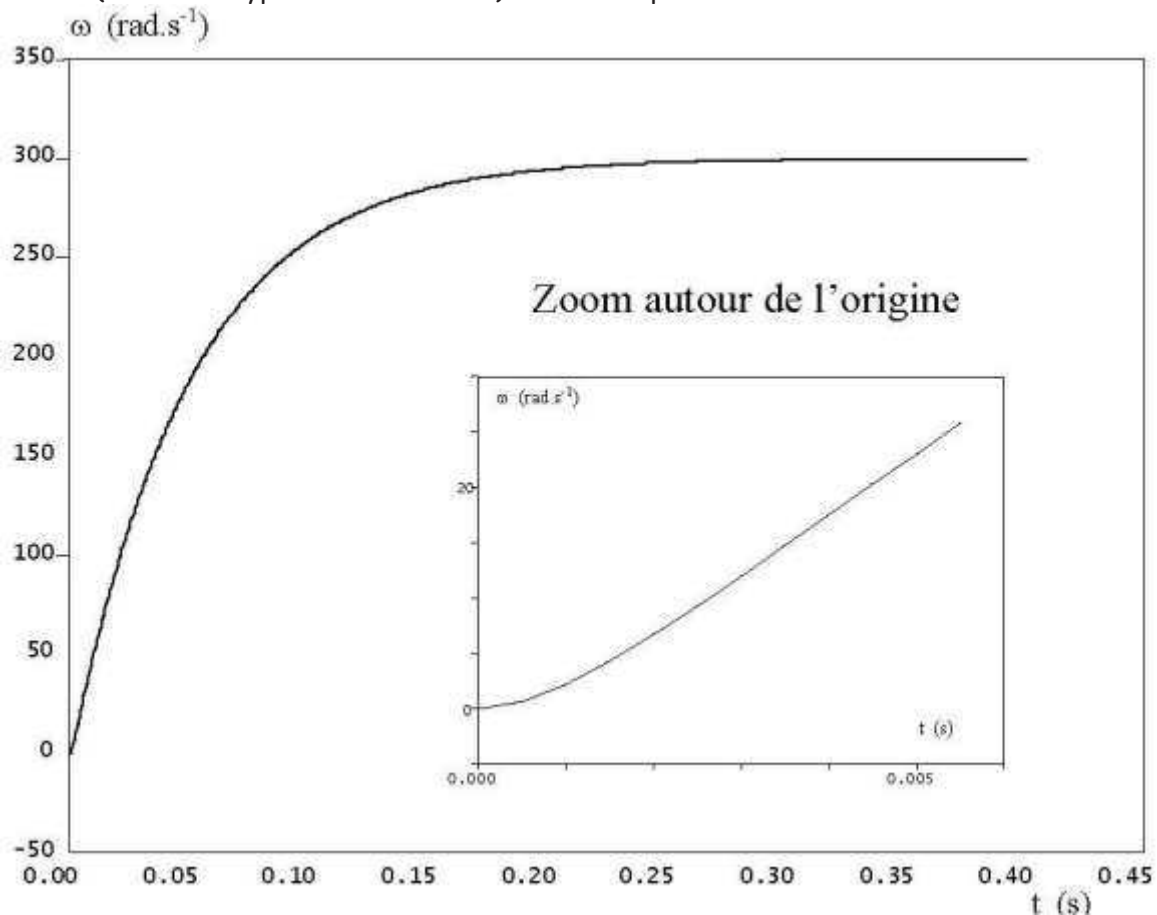
✓ Etude de la chaîne d'action

L'entrée $B(p)$ est la transformée de Laplace de $\beta(t)$ et la sortie $\Theta(p)$, la transformée de Laplace de $\theta(t)$. Le bloc grisé modélise le passage de la vitesse angulaire $\Omega_r(p)$ à la position angulaire $\Theta_r(p)$.

Q1. Compléter le diagramme fonctionnel de la chaîne d'action, en indiquant les fonctions de transfert des constituants à l'intérieur des blocs.



Pour déterminer la fonction de transfert $M(p)$ du moteur unitaire, on dispose de sa réponse indicielle (entrée de type échelon unitaire) obtenue expérimentalement:



Q2. Dédurre de la réponse indicielle du moteur le type de système auquel il peut être identifié. Justifier et donner la **forme** de la fonction de transfert correspondante.

Q3. Proposer une hypothèse permettant de modéliser le système par un système du 1^{er} ordre.

Q4. Identifier $M(p)$ à un 1^{er} ordre en déterminant ses paramètres caractéristiques à l'aide de sa réponse indicielle.

Q5. En déduire la fonction de transfert $M'(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$ du moteur équipé du retour tachymétrique. Indiquer les avantages et les inconvénients de cette boucle de retour sur le comportement du moteur.

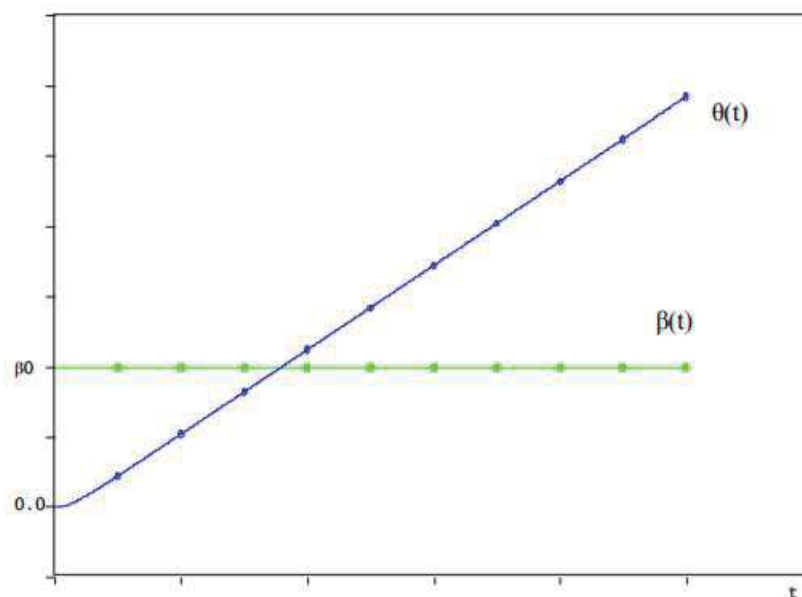
✓ **Comportement du système lorsqu'il n'est pas asservi.**

On s'intéresse à la chaîne d'action seule du système de correction de portée de phare, telle qu'elle a été définie dans la partie précédente. Cela revient à simuler le comportement du système **sans asservissement en position angulaire**.

Après l'étude du schéma-bloc précédent, la fonction de transfert de la chaîne d'action complète est approchée par : $H(p) = \frac{\Theta(p)}{B(p)} = K_c \frac{0,003}{(1 + 0,025p)p}$. (Les angles d'entrée et de sortie sont exprimés en radian).

On se place dans le cas où le véhicule est brusquement chargé à l'arrière. L'entrée est alors un échelon d'amplitude β_0 : $\beta(t) = \beta_0 \cdot u(t)$.

L'allure de la réponse du système est alors donnée ci-dessous :

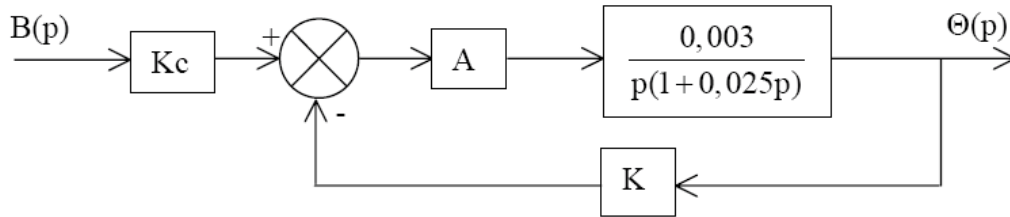


Q6. Est-ce satisfaisant?

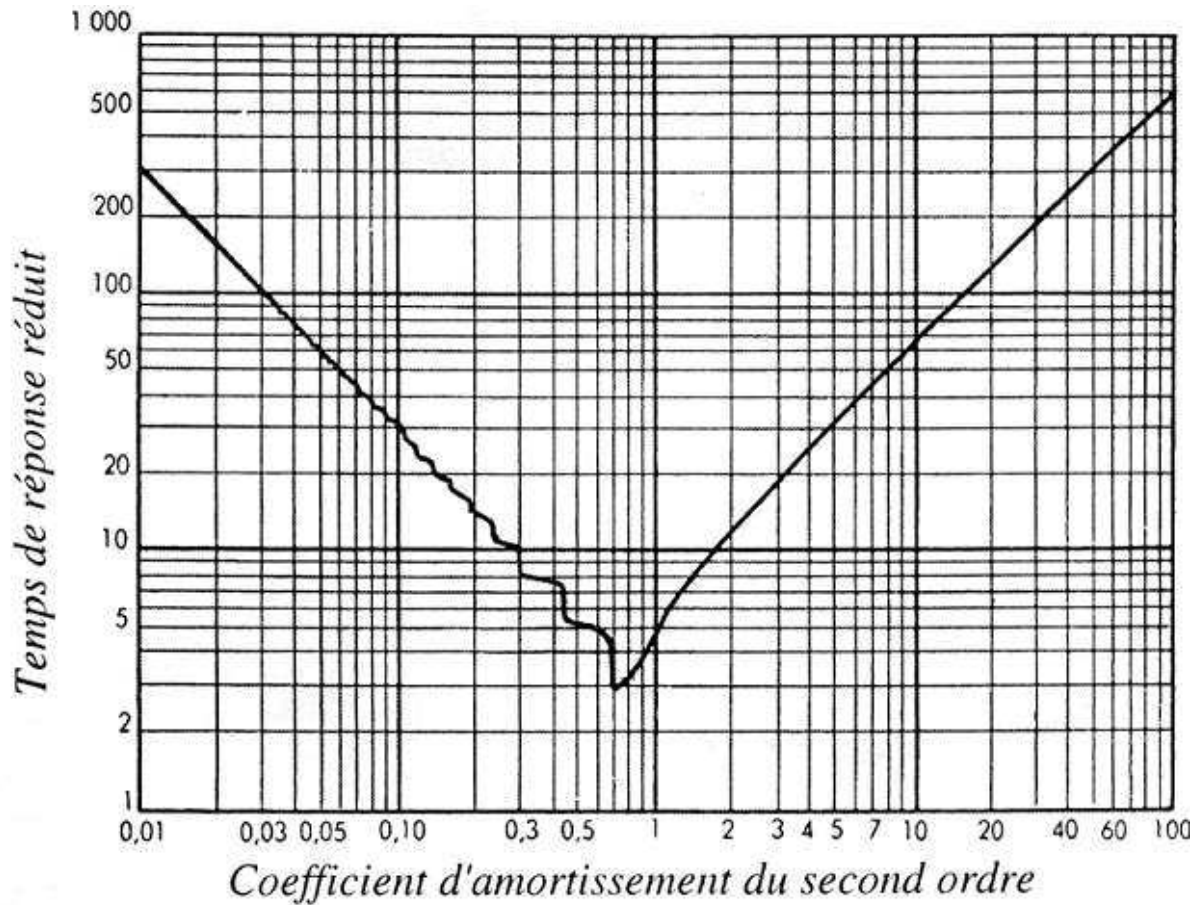
✓ **Comportement du système lorsqu'il est asservi.**

Pour améliorer le comportement du système, il est asservi en position angulaire à l'aide :

- d'un capteur de position, de gain K , qui mesure l'angle $\theta(t)$.
- d'un amplificateur de gain pur A .



- Q7. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\frac{\Theta(p)}{B(p)}$ ainsi que ses paramètres caractéristiques.
- Q8. En déduire l'expression de l'erreur statique. Conclure.
- Q9. Déterminer la valeur de AK permettant d'obtenir le système le plus rapide à l'aide de l'abaque situé en bas de page.
- Q10. En déduire le temps de réponse à 5 %. Conclure.



ACTIVITES DIRIGÉES

-

REVISIONS DES SEQUENCES 4 A 6 ET 8

Séquence 4 : modélisation des systèmes multiphysiques

Séquence 5: caractérisation des mouvements

Séquence 8 : Validation de la transmission des efforts dans les systèmes multiphysiques

Sommaire

AD-1 : Manège Magic Arms	2
AD-2 : Porte automatique de TGV	5
AD-3 : Chairoplanes d'Edinburgh - Structure ouverte en 3D	12
AD-4 : Bouche de climatisation - Structure fermée en 3D	14
AD-5 : Table élévatrice - Structure fermée en 2D	16
AD-6 : Machine à draper	18
AD-7 : Machine d'essais de frottement	22

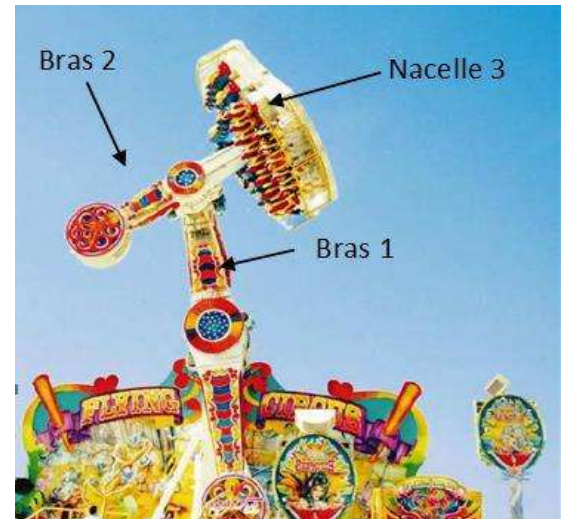
AD-1 : Manège Magic Arms

Présentation

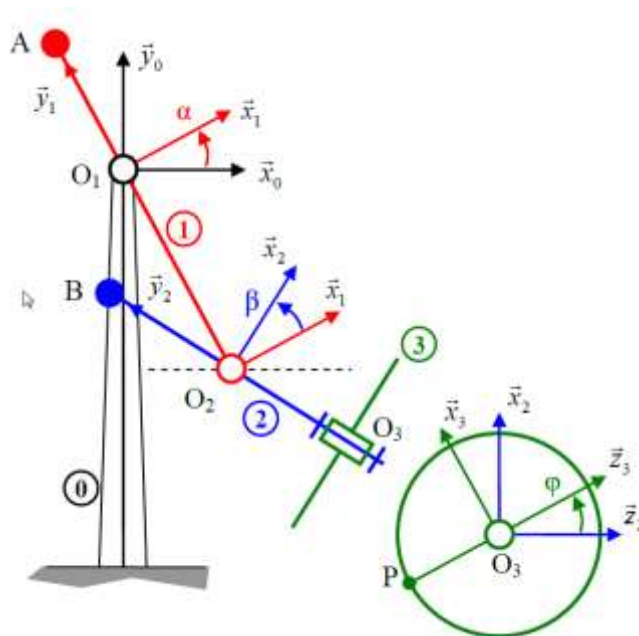
Le manège Magic-Arms est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles.

Les passagers s'assoient sur 39 sièges disposés sur une plateforme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal 1 et le bras secondaire 2, liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner.

Après neuf secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre.



La modélisation cinématique et le paramétrage du manège sont présentés ci-dessous :



Constituants et paramétrage :

- un bras principal 1 en liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{z}_1) avec le bâti 0. On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ et $\overrightarrow{O_1 O_2} = -l_1 \vec{y}_1$.
- un bras secondaire 2 est en liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{z}_2) avec le bras principal 1. On pose $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ et $\overrightarrow{O_2 O_3} = -l_2 \vec{y}_2$.
- une nacelle 3, assimilée à un disque de centre O_3 et de rayon R , est en liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{z}_3) . On pose $\varphi = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$.
- un passager est considéré comme un point matériel P tel que $\overrightarrow{O_3 P} = -R \vec{z}_3$.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges du manège:

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Faire ressentir des accélérations aux passagers	Accélération subie	2,5 g	maximum

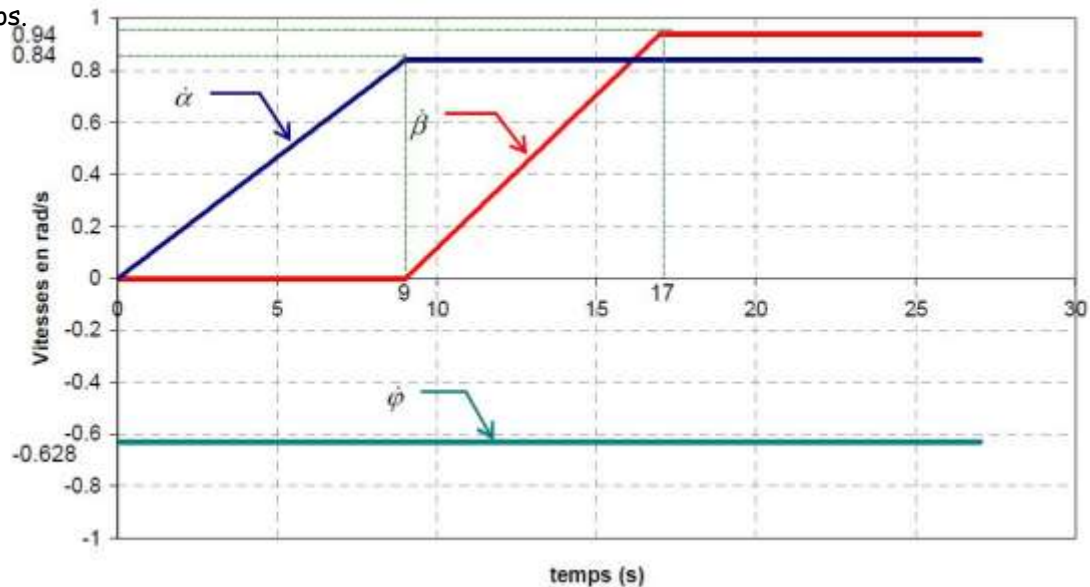
Objectif: Valider le critère du cahier des charges.

Travail demandé

Q1. Construire les figures planes de changement de base et indiquer sous chacune d'entre elles les vecteurs vitesse de rotation correspondants.

Q2. Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_{P,3/0}$ du point P dans son mouvement par rapport au bâti 0.

On donne ci-dessous l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.



Q3. Déterminer les valeurs des paramètres $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\phi}$ dans l'intervalle de temps [17s;27s].

Q4. En déduire l'expression analytique des paramètres de position angulaire $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\phi(t)$ dans cet intervalle de temps en sachant qu'à l'instant $t=17s$, on a $\alpha=10,5rad$, $\beta=3,76rad$ et $\phi=-10,68rad$.

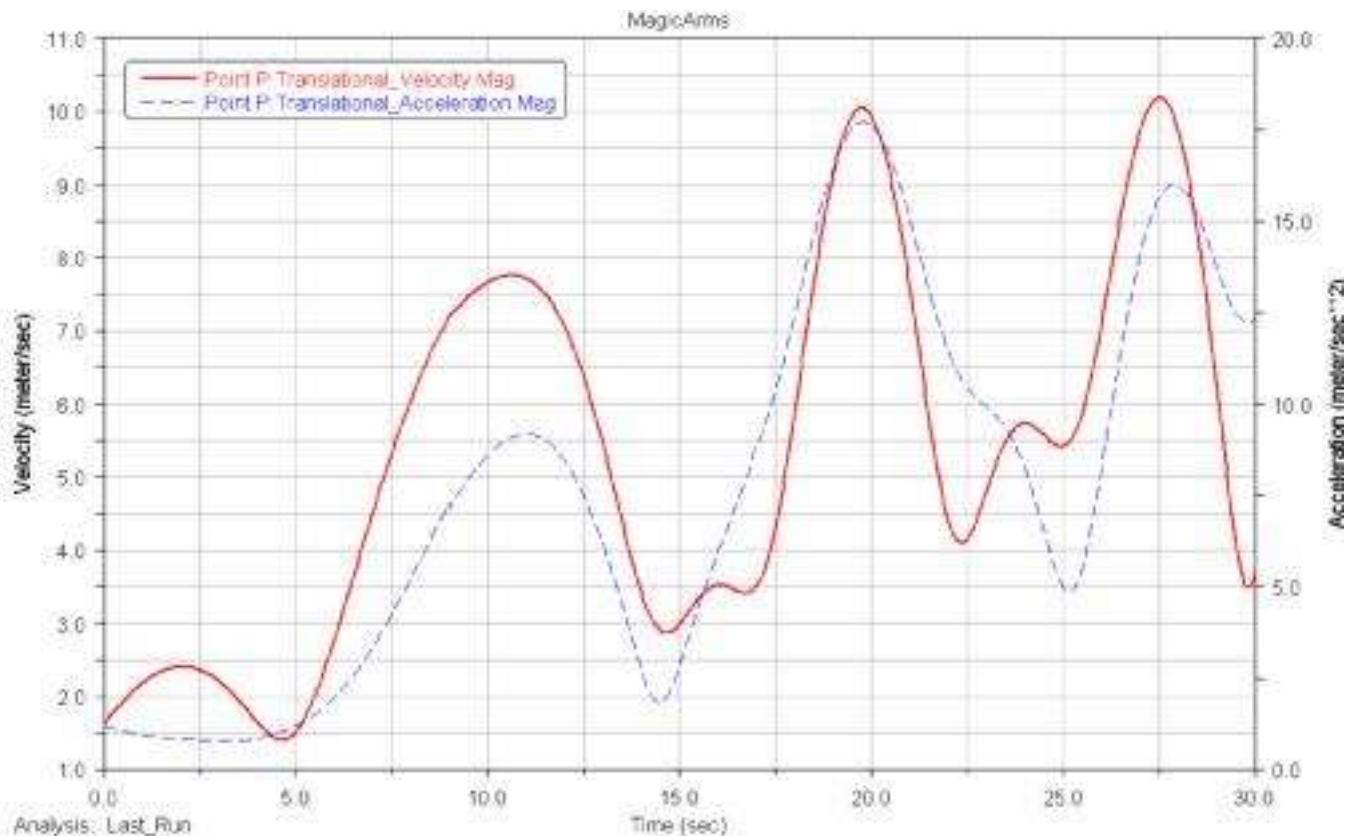
Q5. Déterminer, à partir des équations obtenues précédemment, les valeurs numériques à l'instant $t_1=19,8s$ de α , β et ϕ .

On pose $\vec{V}_{P,3/0} = V_{x2} \vec{x}_2 + V_{y2} \vec{y}_2 + V_{z2} \vec{z}_2$.

Q6. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} . En déduire leurs valeurs numériques à l'instant $t_1=19,8s$. On prendra $l_1=3,9m$, $l_2=2,87m$ et $R=2,61m$.

Q7. Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{\Gamma}_{P,3/0}$ du point P dans son mouvement par rapport au bâti 0 dans l'intervalle de temps [17s;27s] pendant lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-dessous, obtenu par simulation numérique, présente les normes de la vitesse et de l'accélération du passager par rapport au bâti 0 en fonction du temps.



Q8. Comparer à l'instant $t_1=19,8s$, les résultats obtenus à la question 6 de la simulation.

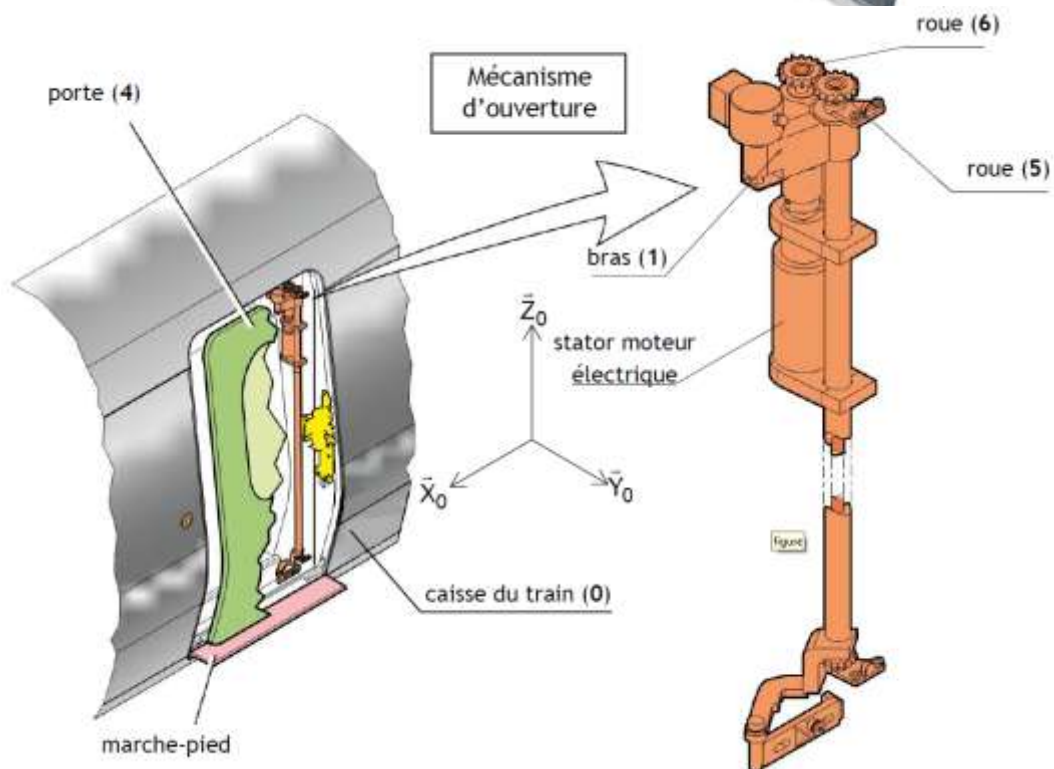
Q9. Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

AD-2 : Porte automatique de TGV

Présentation

On s'intéresse aux performances du système d'ouverture automatique des portes du TGV.

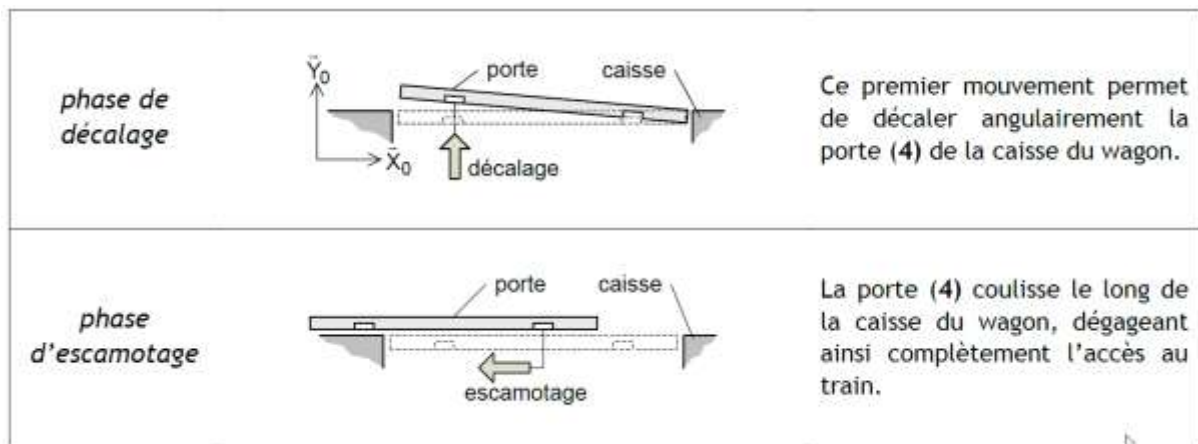
L'architecture et l'implantation du système étudié sont précisées sur la figure ci-dessous. On y distingue le mécanisme d'ouverture/fermeture dont la fonction est d'assurer l'accès au train en escamotant latéralement le panneau de porte.



Dans toute la suite du problème on se placera en phase d'ouverture de la porte.

Afin de satisfaire les contraintes d'encombrement, l'ouverture de la porte s'effectue selon l'enchaînement temporel de trois phases distinctes décrites à partir de la position 'porte fermée' pour laquelle la face extérieure de la porte est alignée avec la face extérieure de la caisse : une phase de décalage puis une phase de louvoiement et enfin une phase d'escamotage.

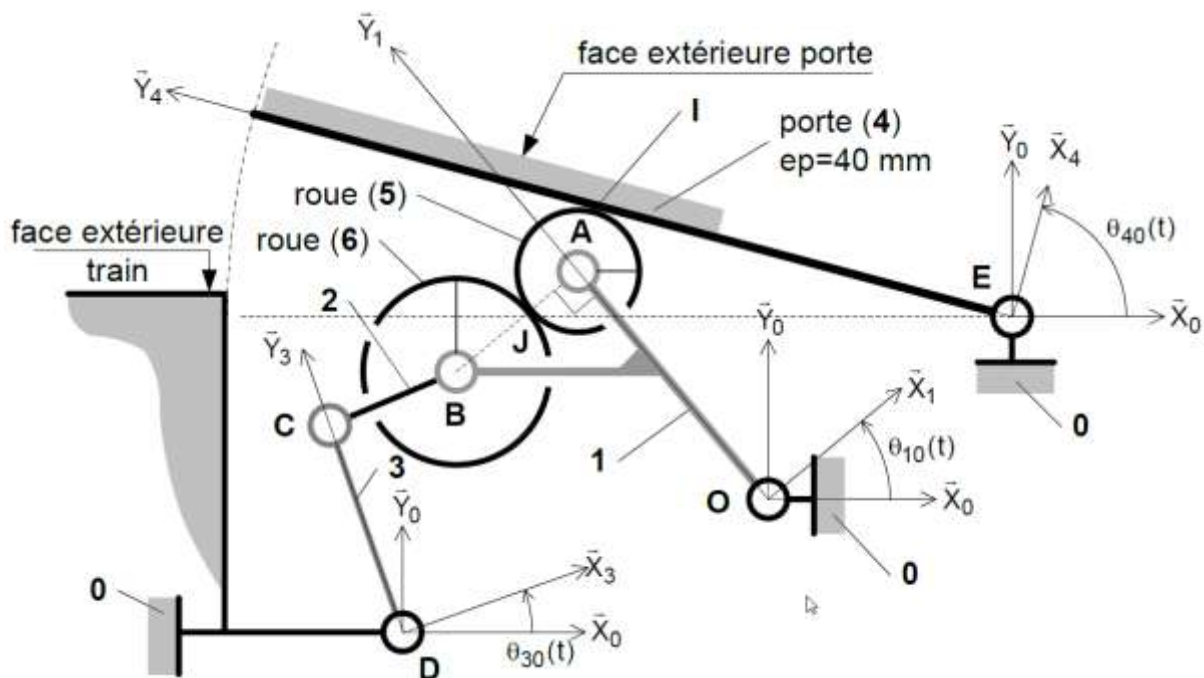
La phase primaire (décalage) puis la phase terminale (escamotage) sont définies par les figures suivantes :



✓ Modélisation en phase de décalage

Le mécanisme d'ouverture de la porte est mis en mouvement grâce à l'action d'un unique moteur électrique. Le rotor de cet actionneur est solidaire de la roue (6) alors que son stator est fixé sur le bras (1). Par commodité, on adopte $\dot{\theta}_{61}(t) = \dot{\theta}_m(t)$. La roue motrice (6) est par construction en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) par rapport au bras (1). La roue (6) entraîne en rotation la roue (5) provoquant alors le mouvement de la porte (4). Un système articulé dit de "stabilisation" se composant des biellettes (2) et (3), complètent le mécanisme. la biellette (2) est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) par rapport au bras (1).

On réduit le problème à une résolution plane et on suppose que la roue (5) roule sans glisser sur la roue (6). On pose $\overrightarrow{EI}(t) = \lambda(t)\vec{Y}_4$.

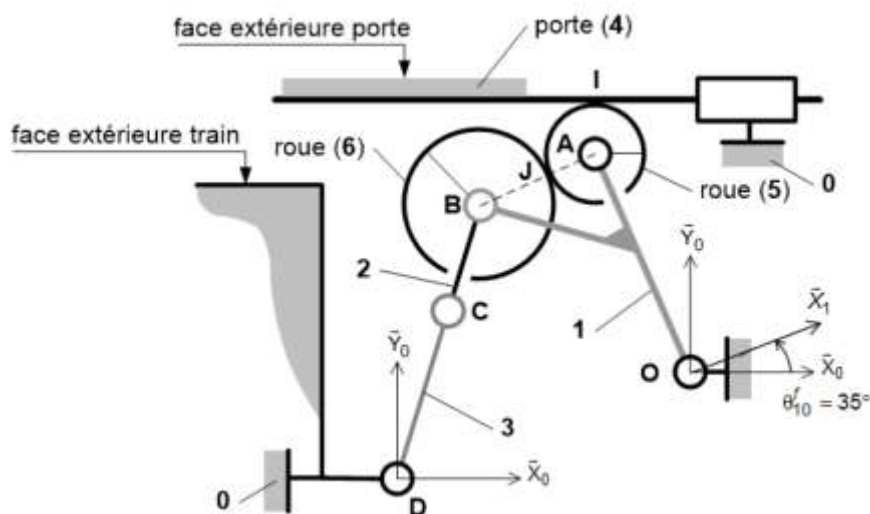


Constituants et paramétrage:

- les liaisons pivot sont modélisées comme étant parfaites.
- le repère $R_0 = (O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ lié au support (0) est considéré comme galiléen, l'axe (O, \vec{Y}_0) étant vertical ascendant.
- le repère $R_1 = (O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ est lié au bras (1). Ce dernier (qui supporte les deux roues (5 et 6)) est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe (O, \vec{Z}_0) . On pose: $\theta_{10}(t) = (\vec{X}_0, \vec{X}_1)$.
- le repère $R_2 = (C, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ est lié à la bielle de réaction (2). On pose: $\theta_{20}(t) = (\vec{X}_0, \vec{X}_2)$.
- le repère $R_3 = (D, \vec{X}_3, \vec{Y}_3, \vec{Z}_3)$ est lié à la bielle (3). On pose: $\theta_{30}(t) = (\vec{X}_0, \vec{X}_3)$.
- le repère $R_4 = (E, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_4)$ est lié à la porte (4). On pose: $\theta_{40}(t) = (\vec{X}_0, \vec{X}_4)$. Porte fermée: $\theta_{40}(t=0) = \theta_{40}^i = +90^\circ$
- on pose $\vec{\Omega}_{5/1} = \dot{\theta}_{5/1} \vec{Z}_0$

✓ Modélisation en phase d'escamotage

Pendant dans la phase d'escamotage, la position du bras support (1) par rapport à (0) reste celle atteinte par ce solide en fin de la phase de louvoiem: $\theta_{10}(t=0) = \theta_{61}^f = 35^\circ$



Données:

- bâti (0): $\vec{DO} = L \cdot \vec{X}_0 + H \cdot \vec{Y}_0$ avec $L = 190 \text{ mm}$, $H = 60 \text{ mm}$;
 $\vec{OE} = L_0 \cdot \vec{X}_0 + H_0 \cdot \vec{Y}_0$ avec $L_0 = 544 \text{ mm}$, $H_0 = 65,8 \text{ mm}$;
- bielle (3): $\vec{DC} = L_3 \cdot \vec{Y}_3$ avec $L_3 = 88 \text{ mm}$;
- Bielle (2): $\vec{CB} = L_2 \cdot \vec{X}_2$ avec $L_2 = 62,6 \text{ mm}$.
- Bras support (1): $\vec{OA} = L_1 \cdot \vec{Y}_1$ avec $L_1 = 149 \text{ mm}$;
 $\vec{AB} = -(R_5 + R_6) \cdot \vec{X}_1$;
- Porte (4): Largeur $L_4 = 850 \text{ mm}$ et épaisseur $e_4 = 40 \text{ mm}$;
- Roue (5): Rayon $R_5 = 29 \text{ mm}$;
- Roue (6): Rayon $R_6 = 37 \text{ mm}$.

✓ **Données du cahier des charges**

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges du système.

Exigence	Critères	Niveaux
Ouvrir la porte automatiquement	Dégager un accès au wagon suffisant : respecter une amplitude D du déplacement en phase d'escamotage ;	$D = 850 \text{ mm}$
	Limiter le temps total d'ouverture : respecter un temps d'ouverture t_o ;	$t_o \leq 5 \text{ s}$
	Limiter la vitesse en bout de porte en phase de décalage ;	$V < 1 \text{ m.s}^{-1}$
	Limiter la vitesse de déplacement de la porte en phase d'escamotage ;	$V \leq 0,28 \text{ m.s}^{-1}$
	Limiter la vitesse d'accostage de la porte en fin de phase d'escamotage ;	$V \leq 0,09 \text{ m.s}^{-1}$
	Respecter un espacement d entre la face intérieure de la porte et la face extérieure de la caisse du train en phase d'escamotage ;	$d > 40 \text{ mm}$

Objectif: Vérifier les critères du cahier des charges.

Travail demandé✓ **Etude de la phase de décalage**

- Q1.** Décrire en quelques lignes la phase intermédiaire de louvoirement en précisant la nature du mouvement de la porte (4) par rapport à la caisse (0) pendant cette phase.
- Q2.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous recensant le nombre et la nature des degrés de mobilité de la porte (4) par rapport à la caisse du TGV (0) lors des différentes phases.

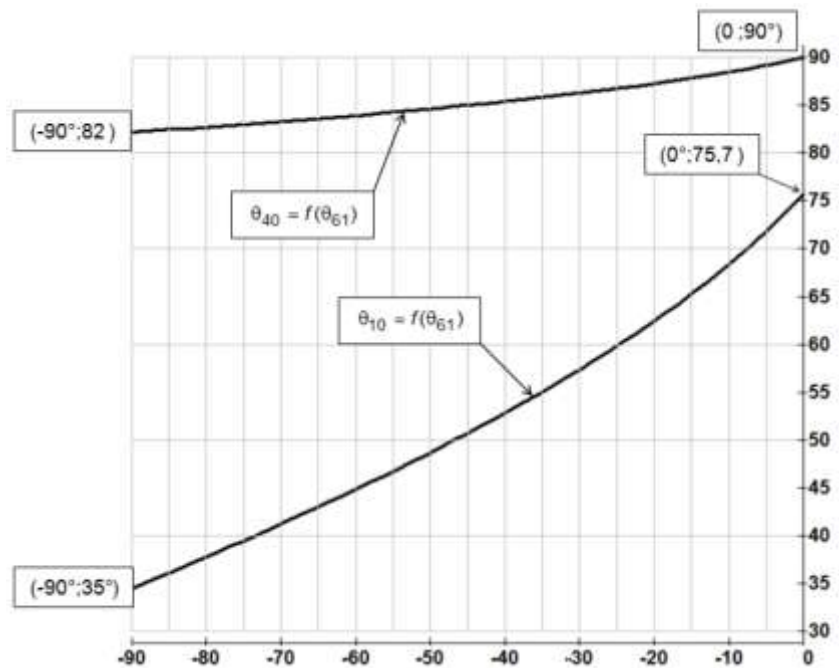
	Nombre	Nature (rotation/translation)
Décalage		
Louvoirement		
Escamotage		

- Q3.** Sans faire de calcul, indiquer comment varient la longueur EI et de l'angle θ_{40} au cours de la phase de décalage.
- Q4.** En déduire le sens (horaire ou trigonométrique) dans lequel doit tourner la roue (6) par rapport au bras (1) afin de provoquer le décalage angulaire de la porte (4) par rapport à la caisse (0).
- Q5.** Ecrire la fermeture géométrique relative à la chaîne de solides 0-4-5-1-0. En déduire deux équations, en projection dans la base $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ reliant les paramètres géométriques et angulaires.
- Q6.** Ecrire la fermeture cinématique relative à la chaîne de solides 0-4-5-1-0 au point I et projeter l'équation vectorielle des vecteurs vitesse dans la base $(\vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_0)$ afin d'obtenir deux équations scalaires.

Q7. Déterminer, à partir du vecteur position \overrightarrow{EA} , l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{V}_{A,5/4}$ en fonction de λ .

Q8. Déterminer, en utilisant la relation du champ des vecteurs vitesse, une deuxième expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{V}_{A,5/4}$. En déduire une relation entre $\dot{\lambda}$, R_5 , $\dot{\theta}_{50}$, $\dot{\theta}_{10}$ et $\dot{\theta}_{40}$.

La courbe ci-contre présente les évolutions obtenues par simulation numérique de la position angulaire $\theta_{40}(t)$ de la porte (4) et de la position angulaire $\theta_{10}(t)$ du bras support (1) en fonction de l'angle de rotation $\theta_m(t)$ du moteur, pendant toute la phase de décalage.

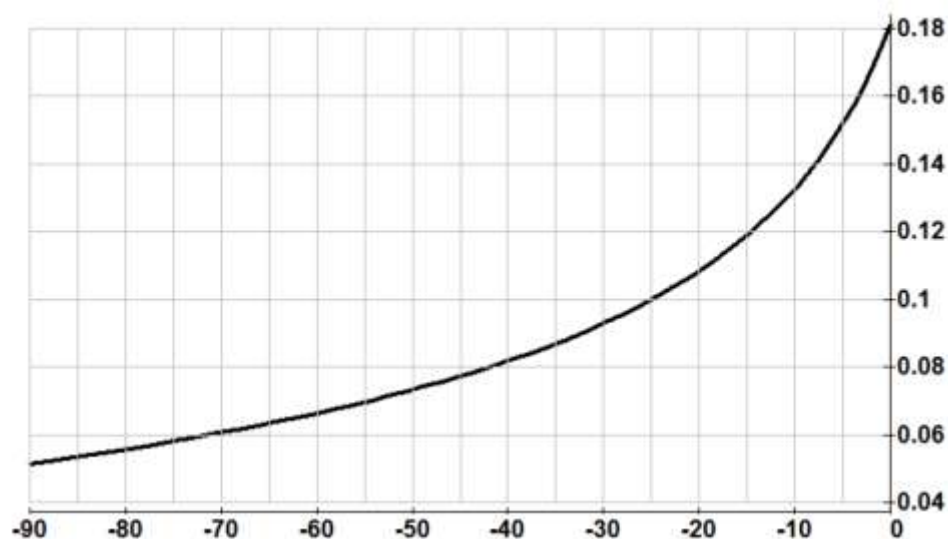


On suppose qu'à l'instant initial $t=0$, on se trouve dans la configuration *porte fermée* pour laquelle on considère que $\theta_m(t=0) = \theta_{61} = 0$. On note $\theta_{40}(t=0) = \theta_{40}^i$ et $\theta_{10}(t=0) = \theta_{10}^i$.

Q9. A l'aide des équations scalaires obtenues lors de la fermeture géométrique, faire l'application numérique pour la configuration $t=0$ afin de déterminer le rayon R_5 ainsi que la valeur $\lambda(t=0)$ notée λ_0 .

Q10. Déterminer, en tr.min^{-1} , la fréquence de rotation supposée constante du moteur si la durée de la phase de décalage est limitée à 0,3 s.

La courbe ci-dessous présente l'évolution obtenue par simulation numérique du rapport $\dot{\theta}_{40}/\dot{\theta}_{61}$ en fonction de l'angle de rotation du moteur $\theta_m(t)$.



- Q11.** Déterminer, en rad.s^{-1} , la plage de variation de la fréquence de rotation de la porte (4) par rapport à la caisse (0).
- Q12.** Déterminer, en m.s^{-1} , la norme maximale de la vitesse en bout de porte (4) par rapport à la caisse (0).
- Q13.** Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

✓ **Etude de la phase d'escamotage**

- Q14.** Déterminer, en mm, la valeur constante de $\overrightarrow{OI} \bullet \overrightarrow{Y_0}$ lors de la phase d'escamotage. Valider alors la conformité du critère, noté d, défini par le cahier des charges.

- Q15.** Sachant qu'il y a roulement sans glissement en I et en J, déterminer la vitesse $\left\| \overrightarrow{V_{I,porte/0}} \right\|$ en fonction de R_6 et $\dot{\theta}_{61}(t) = \dot{\theta}_m(t)$.

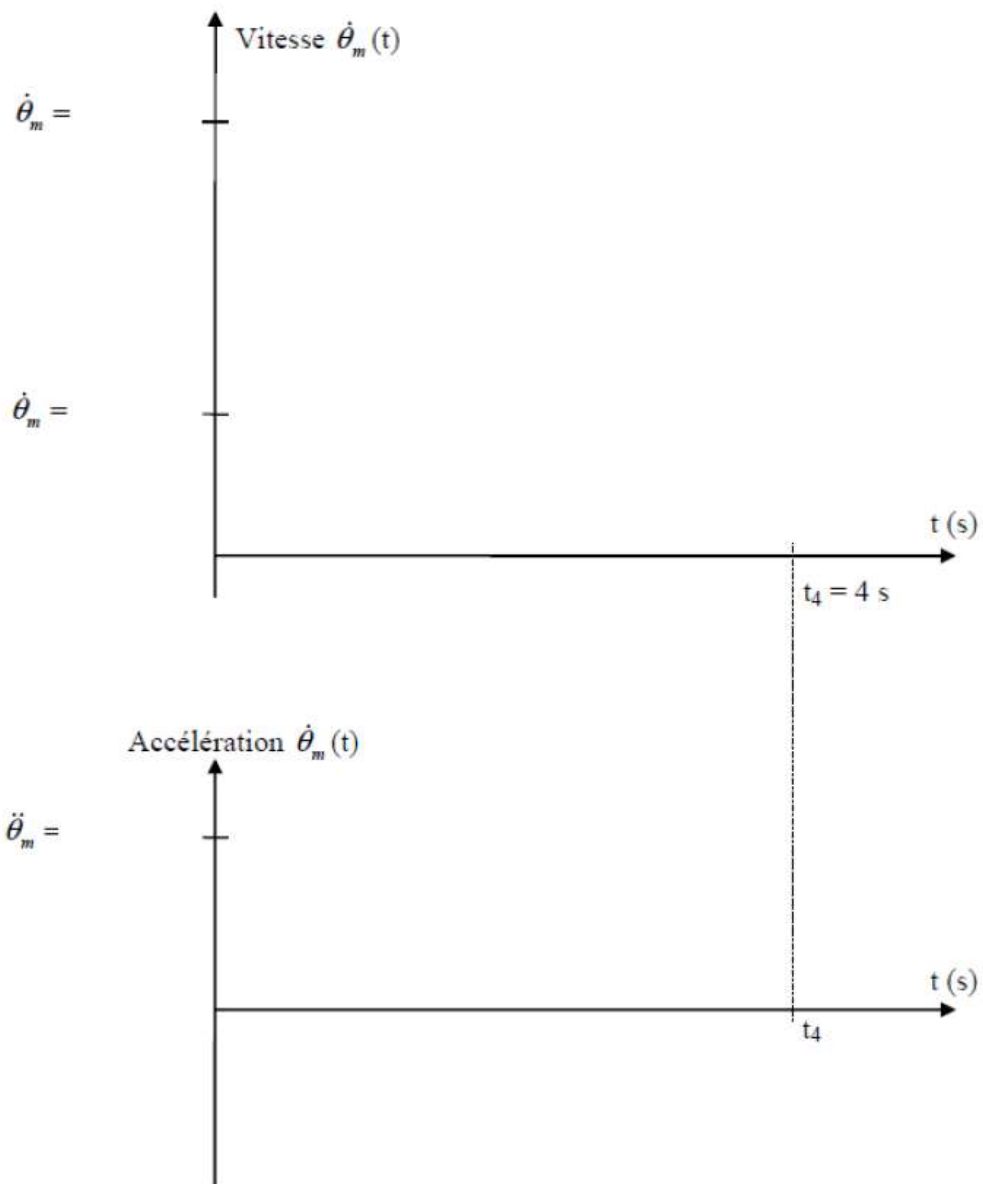
Afin de s'assurer d'une ouverture complète de la porte, on propose une loi de commande en vitesse du moteur.

A l'instant initial, on suppose que $\theta_m(t=0)=0$. A partir de cet instant, la mise en rotation de l'actionneur s'effectue à accélération constante $\ddot{\theta}_m(t)=17,4\text{rad.s}^{-2}$ permettant d'atteindre, à l'instant t , la vitesse d'escamotage constante de la porte définie par le cahier des charges. Puis, à l'instant $t_2=2,8\text{ s}$, une décélération constante permet d'atteindre à l'instant $t_3=3,1\text{ s}$, une vitesse plus faible dite d'accostage définie par le cahier des charges. A l'instant $t_4=4\text{ s}$, la porte arrive en butée à la vitesse d'accostage assurant une ouverture complète.

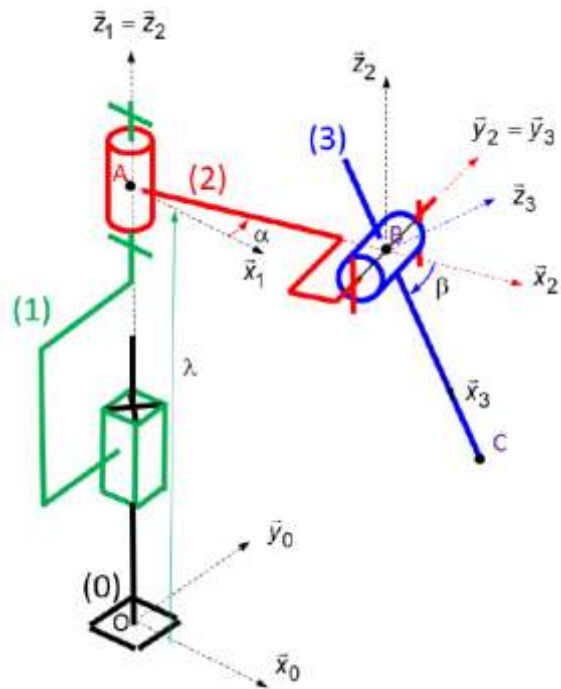
Afin de garantir le temps d'ouverture, on utilise les valeurs maximales admissibles des vitesses d'escamotage et d'accostage définies par le cahier des charges. On suppose que les valeurs absolues des accélérations et des décélérations sont identiques.

- Q16.** A partir de cette description temporelle, compléter ci-dessous, le diagramme en construisant la loi de commande en vitesse $\dot{\theta}_m(t)$ du moteur. Indiquer sur ce graphe les valeurs en rad.s^{-1} de $\dot{\theta}_m(t=t_1)$ et $\dot{\theta}_m(t=t_3)$ ainsi que les valeurs en seconde de t_1 , t_2 et t_3 .

- Q17.** Compléter le graphe page suivante donnant l'évolution de l'accélération angulaire du moteur $\ddot{\theta}_m(t)$.



AD-3 : Chairoplanes d'Edinburgh - Structure ouverte en 3D



Le manège d'Edinburgh en Allemagne (dont la photo et le schéma cinématique sont donnés ci-dessus) est constitué de 4 solides suivants:

- le mât 0, de repère associé $R_0(\vec{O}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, fixe par rapport au sol tel que l'axe (\vec{O}, \vec{z}_0) soit dirigé suivant la verticale ascendante ;
- le coulisseau 1, de repère associé $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en mouvement de translation rectiligne d'axe (\vec{O}, \vec{z}_0) par rapport au mât 0.
- le rotor 2, de repère associé $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe (A, \vec{z}_1) par rapport au coulisseau 1 tel que $\vec{OA} = \lambda(t) \vec{z}_0$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \alpha$.
- La chaise 3 de repère associé $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ en mouvement de rotation d'axe (B, \vec{y}_2) par rapport au rotor 2 tel que $\vec{AB} = R \vec{x}_2$, $\vec{y}_2 = \vec{y}_3$ et $(\vec{x}_2, \vec{x}_3) = \beta$.

On donne $\vec{BC} = l_3 \vec{x}_3$; $\vec{AB} = l_2 \vec{x}_2$ et $\vec{OA} = \lambda \vec{z}_1$.

Le système comprend 3 actionneurs :

- un motoréducteur délivrant un couple $C_{12} \vec{z}_1$ de (1) sur (2) ;
- un moteur linéaire délivrant une force $F_{01} \vec{z}_0$ passant par A de (0) sur (1) ;
- un motoréducteur délivrant un couple $C_{23} \vec{y}_2$ de (2) sur (3).

Les masses des solides sont les suivantes:

- M1 masse du solide 1 avec G1 son centre de gravité tel que $\vec{OG}_1 = h_1 \vec{z}_1$

- M2 masse du solide 2 avec G_2 son centre de gravité tel que $\overrightarrow{AG_2} = h_2 \vec{x}_2$
- M3 masse du solide 3 avec G_3 son centre de gravité tel que $\overrightarrow{BG_3} = h_3 \vec{x}_3$

Q18. Déterminer le couple C_{23} qui doit être fourni afin de garder le système en équilibre en fonction des données du problème.

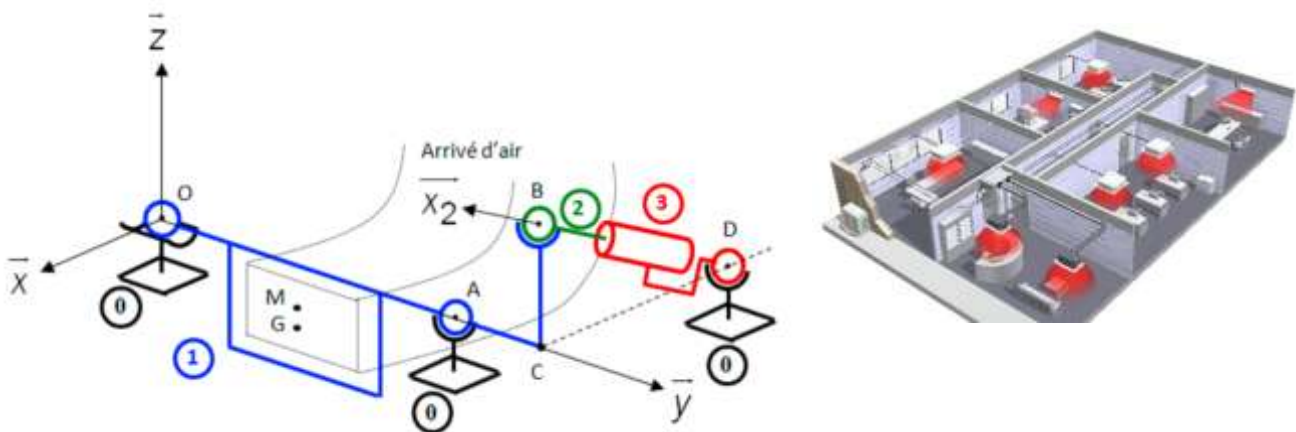
Q19. Déterminer la force C_{12} qui doit être fournie afin de garder le système en équilibre en fonction des données du problème.

Q20. Déterminer la force F_{01} qui doit être fournie afin de garder le système en équilibre en fonction des données du problème.

AD-4 : Bouche de climatisation - Structure fermée en 3D

On s'intéresse à une bouche de climatisation de bureau. L'air climatisé arrive par le réseau d'air climatisé du bâtiment et est distribué par plusieurs bouches. Le débit d'air entrant sur chaque bouche est initialement réglé par l'intermédiaire d'un clapet dont l'ouverture est maîtrisée par un vérin pneumatique.

Le schéma cinématique du système dans la position « clapet fermé » ($\theta = 0$) est donné ci-dessous:



Constituants et paramétrage

- le repère $R_0 = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié au conduit 0 considéré comme fixe.
- le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au clapet 1 avec $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1)$
- le repère $R_2 = (D, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié à la tige de vérin 2 avec $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2)$

Hypothèses

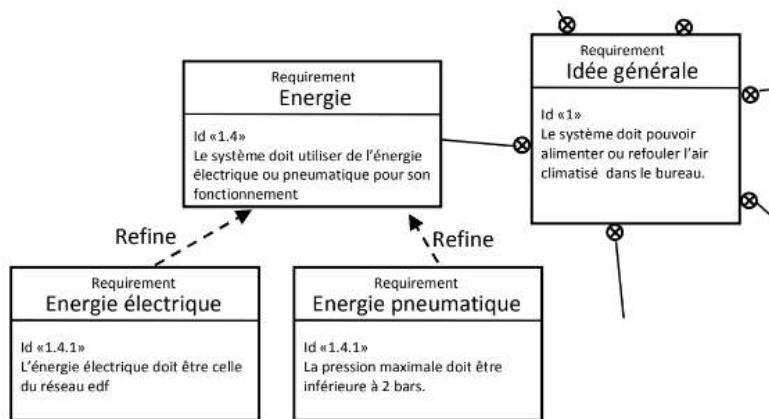
- Les liaisons sont supposées parfaites.
- L'action de la pesanteur sur les différents solides sera négligée sauf pour le clapet 1 de masse m et de centre de gravité G tel que $\vec{OG} = a\vec{y}_1 - h\vec{z}_1$.
- Mécanisme étudié pour $\theta = 0$. Les repères R_0 et R_1 sont identiques.

Données

- action de l'air sur le clapet 1:

$$\tau_{air \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_{air} \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_M \text{ avec } F_{air}=150\text{N et } \vec{OM} = a\vec{y}_1 - f\vec{z}_1$$

- action du ressort de rappel $\vec{R}_{3 \rightarrow 2}^r = -F_r \vec{x}_2$ avec $F_r=200\text{N}$
- $OA=2a$, $AC=c$, $CB=d$, $CD=e$; $a=50\text{cm}$, $h=50\text{cm}$, $c=15\text{cm}$, $d=20\text{cm}$, $f=40\text{cm}$ et $e=30\text{cm}$.
- Surface du piston: $S=20\text{cm}^2$

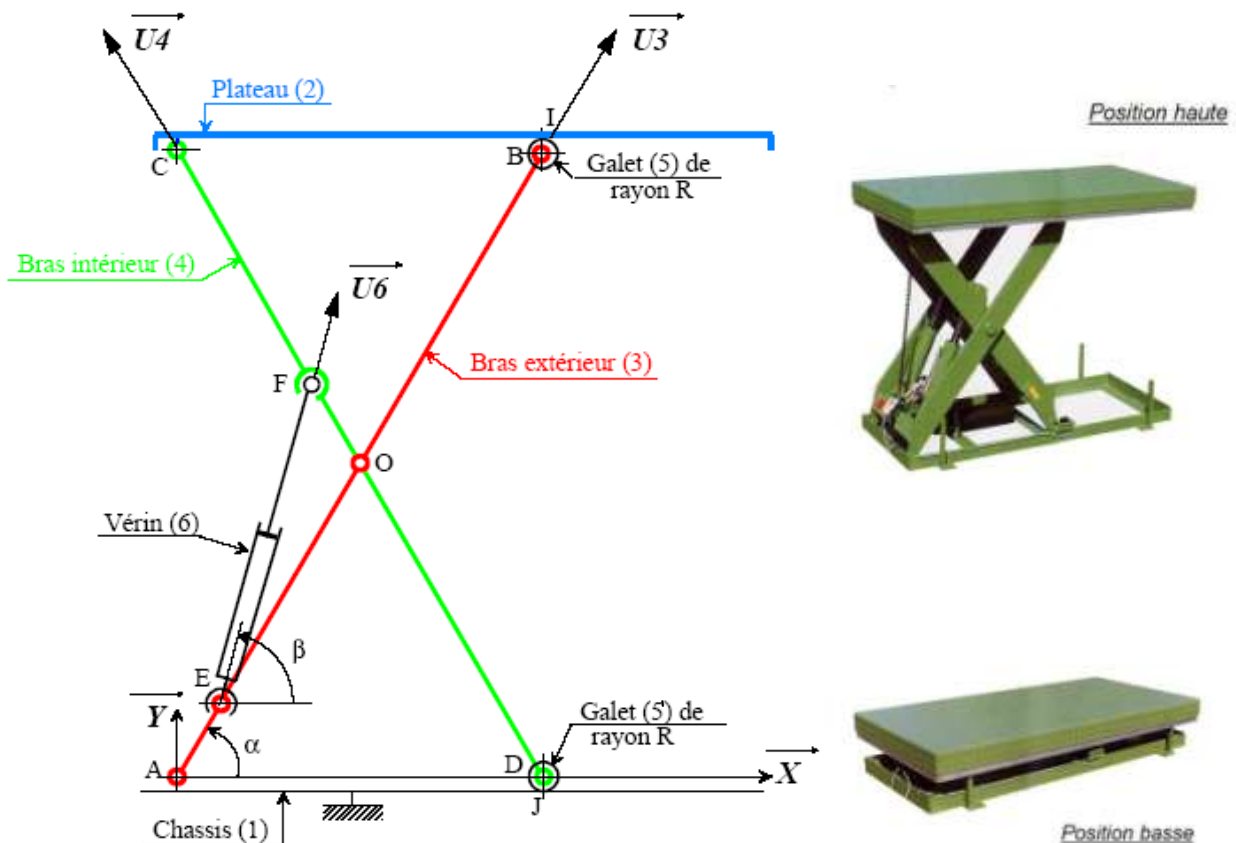
Extrait du cahier des charges

Objectif: Valider le critère de l'exigence liée à l'énergie pneumatique dans la position « clapet fermé ».

- Q21.** Réaliser le graphe de structure.
- Q22.** Isoler l'ensemble des éléments 2 et 3 composant le vérin. Appliquer le PFS et démontrer que l'action du vérin est modélisable par une force de (2) sur (1) de résultante $\vec{F_v x_2}$.
- Q23.** Expliquer la démarche d'ordonnancement des isolements nécessaires pour déterminer la pression dans le vérin pour maintenir le système en équilibre dans la position donnée.
- Q24.** Déterminer la pression dans le vérin pour maintenir le système en équilibre dans la position donnée.

AD-5 : Table élévatrice - Structure fermée en 2D

On s'intéresse à une table élévatrice permettant de faciliter la manutention de charges lourdes. Le schéma cinématique de la table est donné ci-dessous :



Constituants

- le bras extérieur 3 est en liaison pivot d'axe (A, \vec{Z}) avec le châssis 1 et en liaison avec le plateau 2 par l'intermédiaire d'un galet. La liaison équivalente entre 3 et 2 est une liaison sphère-plan de normale (B, \vec{Y}) ;
- le bras intérieur 4 est en liaison pivot d'axe (C, \vec{Z}) avec le plateau 2 et en liaison avec le châssis 1 par l'intermédiaire d'un galet. La liaison équivalente entre 4 et 1 est une liaison sphère-plan de normale (D, \vec{Y}) ;
- le bras 3 est en liaison pivot d'axe (O, \vec{Z}) avec le bras 4 ;
- L'actionneur est un vérin hydraulique, ensemble noté 6, placé entre les bras 3 et 4. Il est en liaison sphériques de centre E avec le bras 3 et en F avec le bras 4.

Hypothèses et données

- les différentes liaisons sont supposées parfaites ;
- seul le poids du plateau 2 (de masse m) sera pris en compte. On donne avec $\vec{CG} = L\vec{X} + H\vec{Y}$ avec G, centre de gravité du plateau ;
- le problème est considéré comme plan (\vec{X}, \vec{Y}) .

▪ $\|\vec{AO}\| = \|\vec{OB}\| = \|\vec{DO}\| = \|\vec{OC}\| = a$ et $\|\vec{AE}\| = \|\vec{OF}\| = \frac{a}{4}$

Q25. Isoler l'ensemble des éléments composant le vérin noté 6. Appliquer le PFS et démontrer que l'action du vérin est modélisable par une force de (3) sur (4) de résultante $F_v \vec{u}_6$.

Q26. Réaliser le graphe de structure en modélisant le vérin par une action mécanique $F_v \vec{u}_6$.

Q27. Expliquer la démarche d'ordonnancement des isolements nécessaires pour déterminer l'effort du vérin pour maintenir le système en équilibre dans une position donnée.

Q28. Déterminer l'effort du vérin pour maintenir le système en équilibre dans une position donnée.

AD-6 : Machine à draper

Présentation

Dans les avions, de nombreuses pièces sont fabriquées en matériaux composites, c'est-à-dire en matériaux contenant plusieurs constituants différents.

Pour fabriquer de telles pièces, on utilise des machines à draper.

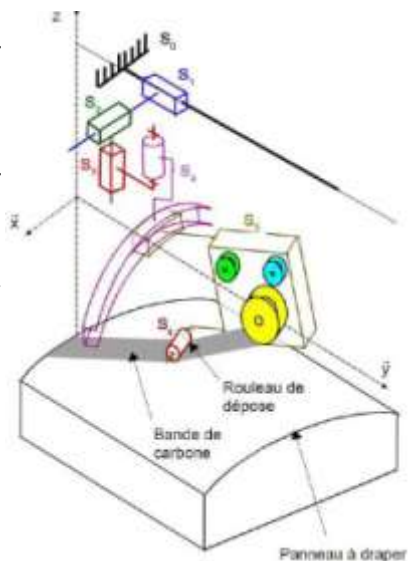
On s'intéresse donc à ce type de machine, dont la fonction est de déposer des bandes de carbone sur des panneaux qui interviennent dans la structure des avions.



Le rouleau de dépôt est l'effecteur de cette machine à commande numérique. C'est un cylindre souple de diamètre de 30 mm et de largeur 160 mm.

Il se déplace le long du panneau à draper. Pour chaque épaisseur de carbone à déposer, le cycle de déplacement du rouleau est défini à l'avance par programme informatique et est interprété par l'ordinateur de commande de la machine au fur et à mesure de l'avancement de la dépôt.

La manière dont le rouleau de dépôt peut bouger par rapport au bâti est illustrée sur la figure ci-contre.



Lors de la dépose de la bande de carbone sur le panneau, le rouleau doit exercer un effort presseur pour la plaquer.

La modélisation de l'ensemble assurant le contact du rouleau sur l'outillage est donnée ci-dessous.

0 : Unité de drapage

1 : Corps du vérin 2 : Tige du vérin 3 : Bras

4 : Support du rouleau 5 : Rouleau

Toutes les liaisons sont considérées comme parfaites.

L'action de la pesanteur est négligée.

Données :

$$\overrightarrow{AB} = \frac{L}{2} \vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{AC} = L \vec{x}_1$$

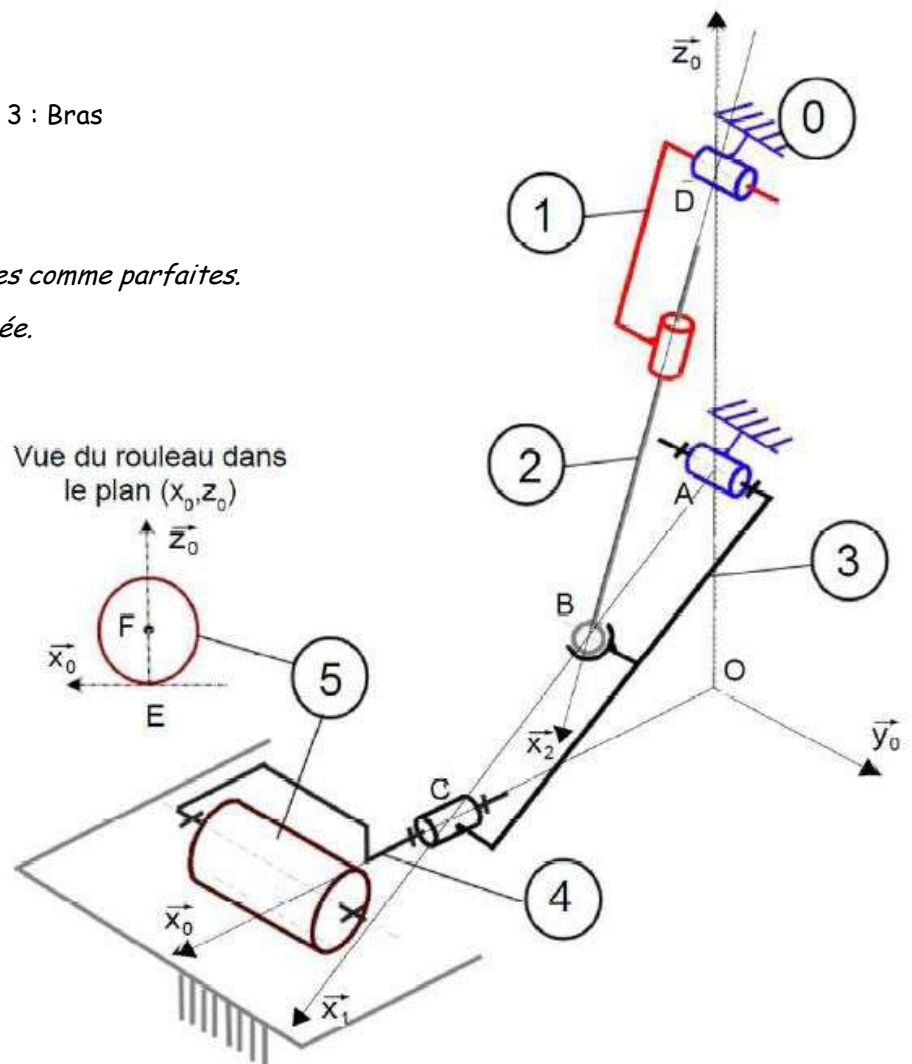
$$\overrightarrow{DB} = b \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{CE} = a \vec{x}_0$$

$$\overrightarrow{OA} = c \vec{z}_0$$

$$\overrightarrow{OD} = d \vec{z}_0$$

$$(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta \text{ et } (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = \beta$$



$$L=400\text{mm}$$

$$a=35\text{mm}$$

$$c=150\text{mm}$$

$$d=675\text{ mm}$$

L'effort presseur est généré par un vérin pneumatique de piston de surface $S=300\text{mm}^2$ dont la pression est asservie. La pression d'air disponible est de l'ordre de 10 bars.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges.

Exigence	Critère	Niveau
Appliquer un effort lors de la dépose de la bande	Effort presseur F_p	10 daN

Objectifs:

Valider que la pression disponible permet de satisfaire l'exigence du cahier des charges.

Vérifier le dimensionnement de la liaison entre 4 et 5.

Travail demandé✓ **Effort presseur**

L'action mécanique exercée par le solide i sur le solide j sera notée :

$$\sigma_{i \rightarrow j} = \begin{Bmatrix} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + I_{ij} \vec{y} + J_{ij} \vec{z} \end{Bmatrix}_P$$

Q1. Dessiner le schéma cinématique dans le plan $(\vec{O}, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ en indiquant le paramétrage angulaire.

Q2. Elaborer le graphe de structure.

Le problème peut être considéré comme plan.

Q3. Donner l'expression du torseur $\sigma_{0 \rightarrow 2}$ dans la base 2, $\sigma_{0 \rightarrow 3}$ dans la base 0, $\sigma_{0 \rightarrow 5}$ dans la base 0 et $\sigma_{2 \rightarrow 3}$ dans la base 2.

Q4. Isoler l'ensemble {1+2} et déterminer les équations du PFS au point B en projection dans la base 2. En déduire la valeur des inconnues de liaison Z_{01} et Z_{32} . Pourrait-on prévoir ce résultat sans aucun calcul?

Q5. Isoler l'ensemble {3+4+5} et déterminer les équations du PFS au point A en projection dans la base 0.

Q6. En déduire que $\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = \frac{(a + L \cos \theta) F_p}{\frac{L}{2} \sin(\beta - \theta)}$.

Q7. Exprimer $\tan \beta$ en fonction de d , c , L et θ .

Q8. Calculer la valeur de β pour $\theta = 22^\circ$. En déduire la valeur de $\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\|$ lorsque l'effort presseur F_p est celui imposé par le cahier des charges.

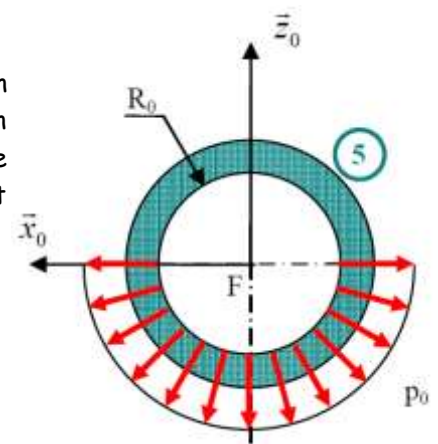
Q9. Conclure vis-à-vis de la pression d'air disponible.

✓ **Liaison entre 4 et 5**

Afin de valider le dimensionnement de la liaison pivot entre 4 et 5, on cherche à vérifier que la pression de contact maximale dans cette liaison ne dépasse pas 10 N/mm^2 . Une fois cette limite atteinte, il y a un risque de déformation ou de rupture du matériau. La géométrie de liaison est définie par son diamètre intérieur $d_0 = 16 \text{ mm}$ et sa longueur $L_0 = 20 \text{ mm}$.

On suppose que l'action de 5 sur 4 est modélisée par le torseur :

$$\sigma_{5 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} Z_{54} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_F \text{ avec } Z_{54} = 10 \text{ daN}$$



La pression de contact p_0 de 4 sur 5 est répartie de manière uniforme sur une surface de contact assimilable à un demi- cylindre.

Q10. Déterminer la valeur de p_0 .

Q11. Conclure quant au bon dimensionnement de la liaison entre 4 et 5.

AD-7 : Machine d'essais de frottement

Présentation

On s'intéresse à une machine dont la fonction est d'évaluer le coefficient de frottement de différents couples de matériaux en contact.

Ce mécanisme, schématisé sur la figure ci-contre est constitué d'une poulie 2, de masse m_2 , articulée en A sur un bras pivotant 1.

Cette poulie est constituée de deux cylindres coaxiaux de rayon R et r avec $R > r$.

La poulie est en contact en B avec le bâti 0 de la machine.

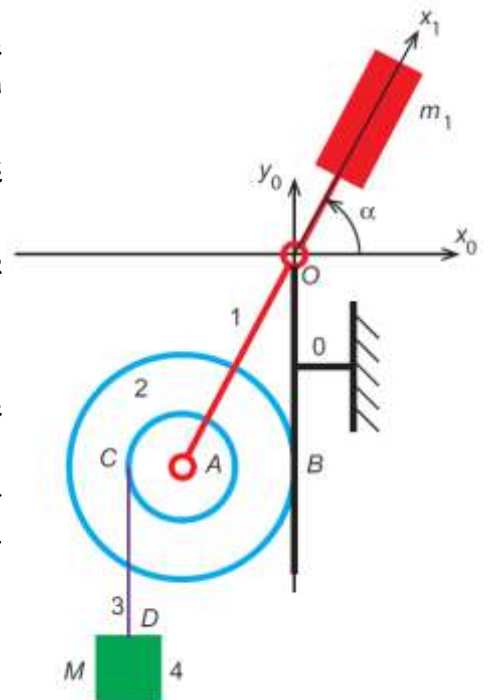
Un solide 4, de masse M , est suspendue à un câble qui s'enroule autour du cylindre de plus petit rayon de la poulie 2.

Le bras pivotant 1, sur lequel est fixé un contrepoids de masse est articulé en O avec le bâti 0. Son centre de gravité est O. On pose $\vec{AO} = a\vec{x}_1$.

Les matériaux à tester sont disposés sur la poulie 2 et sur le bâti 0.

Hypothèses :

- dans toute notre étude, on se placera à la limite du glissement au point B.
- les liaisons en O et en A sont considérées comme parfaites ;
- le problème est considéré comme plan.



Objectif: Déterminer l'expression du coefficient de frottement entre 2 et 0 en fonction de la masse M .

Travail demandé

L'action mécanique exercée par le solide i sur le solide j sera notée :

$$\sigma_{i \rightarrow j} = \begin{Bmatrix} X_{ij}\vec{x} + Y_{ij}\vec{y} + Z_{ij}\vec{z} \\ L_{ij}\vec{x} + I_{ij}\vec{y} + J_{ij}\vec{z} \end{Bmatrix}_P$$

- Q1.** Isoler l'ensemble {3+4} et appliquer le principe fondamental de la statique. En déduire une relation entre $\sigma_{3 \rightarrow 2}$ et $\sigma_{pes \rightarrow 4}$.
- Q2.** Déterminer, à l'aide du principe fondamental de la statique, l'expression de Y_{02} en fonction de M , g et r .
- Q3.** Déterminer, à l'aide du principe fondamental de la statique appliqué à l'ensemble {1+2}, l'expression de X_{02} en fonction de M , m_2 , g , R , r et α .
- Q4.** En déduire l'expression du coefficient de frottement f en fonction de M , m_2 , R , r et α .